UE 22A

1

Fonctions et proportionnalité

Gottfried Wilhelm Leibniz, 1 700. © Johann Friedrich Wentzel

Un peu d'histoire

L'idée de relation entre des quantités est très ancienne. Le premier âge de l'idée de fonction est celui de l'antiquité avec notamment les mathématiciens babyloniens qui usaient largement des tables sexagésimales de réciproques, de carrés, de racines carrées, de cubes... Mais peut-on dire que l'idée de fonction était présente ? Ces tables étaient conçues comme des relations entre des ensembles discrets et finis de quantités constantes, bien loin avant que la quantité variable, et la loi de variation soient exhibées comme des objets mathématiques.

Il faudra attendre la fin du 17ème siècle pour que le terme de fonction (du latin *fuctio* qui signifie exécution) soit introduit par le mathématicien allemand **Leibniz Gottfried**, dans un cadre géométrique. La notation fx apparaît chez **Léonard Euler** en 1734.

La notion de proportion, elle, est présente chez **Euclide** dans le *Livre V des Éléments* (compilation du savoir géométrique qui resta le noyau de l'enseignement mathématique pendant près de 2 000 ans). Voilà la définition qu'il donne qu'il donne de nombres proportionnels :

« *On dit de quatre grandeurs, a, b, c, d, prises dans cet ordre, que la première est à la deuxième dans le même rapport que la troisième est à la quatrième, quand n'importe quel équimultiple de la première et de la troisième grandeur est en même temps et respectivement soit supérieur, soit égal, soit inférieur à n'importe quel équimultiple de la deuxième et de la quatrième grandeur.* »

Je laisse au lecteur le soin de traduire, en langage mathématique, cette définition ;-)

Ce qu'il faut savoir

1. Généralités sur les fonctions

A. Définitions

DÉFINITION : Fonction, image, antécédent

Une **fonction** est une relation qui à chaque élément x d'un ensemble $\mathcal{D}$ appelé ensemble de définition est associé un unique élément y.

On note : $y = f(x)$ ou $f : x \mapsto y$ ou encore $x \overset{f}{\mapsto} y$.

y est l'**image** de x par f et x est un **antécédent** de y par f.

REMARQUE : il y a toujours une image, mais il peut y avoir aucun, un ou plusieurs antécédents.

Exemple Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 3$.

- Pour calculer l'image d'un nombre x par f, il suffit de remplacer le « x » dans l'expression de f : l'image de 5 par f est $f(5) = 5^2 + 3 = 28$.
- Pour calculer les éventuels antécédents d'un nombre y par f, il faut résoudre l'équation $f(x) = y$:
  - les antécédents de 7 vérifient $f(x) = 7$ c'est à dire $x^2 + 3 = 7 \iff x^2 = 4 \iff x = -2$ ou $x = 2$; il y a deux antécédents de 7 par f.
  - les antécédents éventuels de 1 vérifieraient $f(x) = 1$ c'est à dire $x^2 + 3 = 1 \iff x^2 = -2$; cette équation est impossible car un carré ne peut pas être négatif, donc il n'y a pas d'antécédent de 1 par f.
  - l'antécédent de 3 vérifie $f(x) = 3$ c'est à dire $x^2 + 3 = 3 \iff x^2 = 0 \iff x = 0$; il y a un seul antécédent de 3 par f.

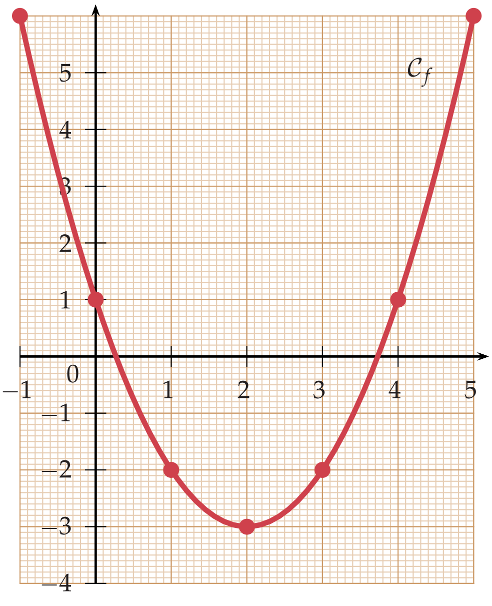
B. Courbe représentative

On souhaite tracer la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 - 4x + 1$.

On trace par exemple la portion de courbe représentative de f dont les abscisses sont comprises entre -1 et 5.
On commence par compléter un tableau de valeurs :

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	6	1	-2	-3	-2	1	6

Puis on place les points de coordonnées $M(x, f(x))$ dans le repère ci-contre avant de tracer « à main levée » la courbe passant par les points.



la touche  *de la calculatrice TI-Collège Plus permet de créer une table de valeurs.*

DÉFINITION : Courbe

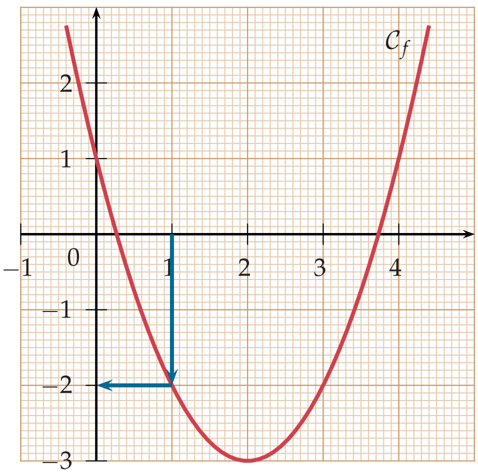
Dans un repère (ici cartésien) OIJ, l'ensemble des points M de coordonnées $(x, f(x))$ forme la **courbe représentative de la fonction** f, souvent notée $\mathcal{C}_f$.

REMARQUE : on attribue au mathématicien et philosophe français *René Descartes* l'invention des repères cartésiens : il associe à un point deux nombres, le nombre x mesurant la distance par rapport à une droite et le nombre y mesurant la distance qui s'applique par ordre à cette droite, d'où le nom ordonnée.

MÉTHODE 1 Lecture d'une image ou d'un antécédent

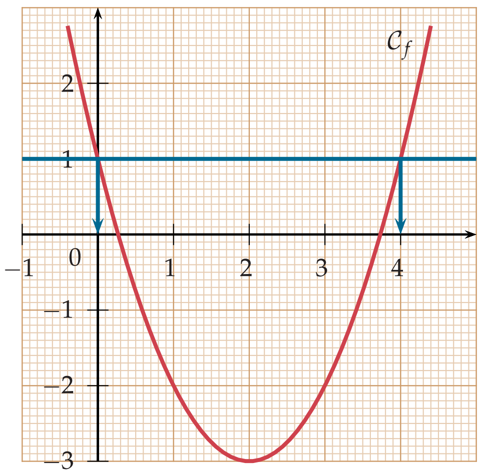
- Pour lire l'**image** d'un nombre x par une fonction f, on détermine l'ordonnée de la courbe d'abscisse x.
- Pour lire le ou les **antécédents** de y par une fonction f, on détermine le ou les abscisses de la courbe d'ordonnée y.

Exercice d'application Déterminer l'image de 1 par la fonction f.



Correction On se place en $x = 1$ sur l'axe des abscisses, puis on se déplace verticalement jusqu'à rencontrer $\mathcal{C}_f$. Enfin, on lit $y = f(x)$ sur l'axe des ordonnées :
l'image de 1 par f est -2

Exercice d'application Déterminer le ou les antécédent(s) de 1 par la fonction f.



Correction On trace la droite horizontale d'ordonnée $y = 1$. À partir des points d'intersection avec la courbe, on se déplace verticalement vers l'axe des abscisses pour lire les antécédents :
les antécédents de 1 par f sont 0 et 4

C. Extremum

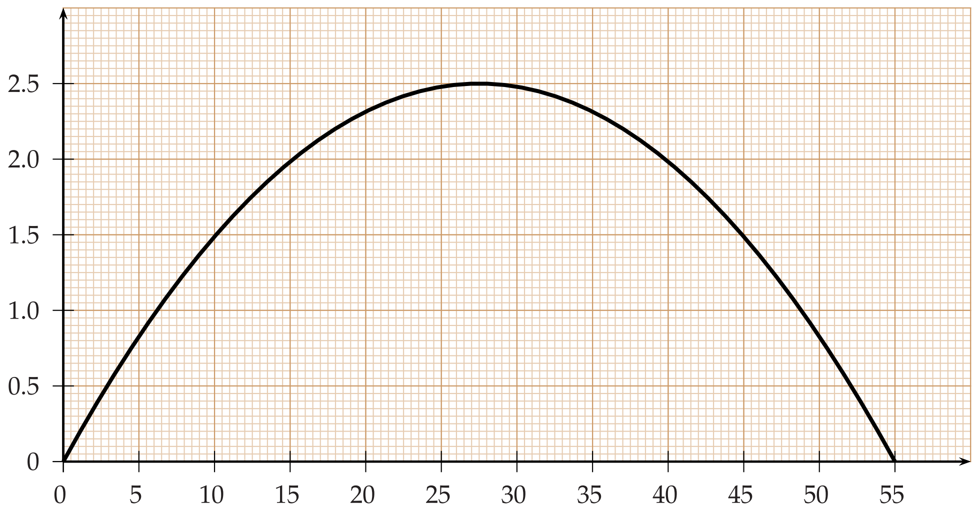
DÉFINITION : Maximum, minimum

On dit que la fonction f admet un **maximum** M [resp. **minimum** m] sur un intervalle I, atteint en x_0 si, quel que soit le réel x dans I, on a $f(x) \leqslant M$ [resp. $f(x) \geqslant m$].

Ce qu'il faut savoir

Exemple Albert part dans les Alpes Autrichiennes, dans la mythique station de ski de Kitzbühel. Sitôt arrivé, il décide de dévaler la piste appelée Streif, réputée la plus difficile au monde, sur laquelle il effectue un saut. On admet que la hauteur du saut d'Albert par rapport au sol de la piste s'exprime en fonction du déplacement horizontal, x, par la fonction $S : x \mapsto 2,5 - \dfrac{(2x-55)^2}{1210}$ où x et $S(x)$ sont exprimés en mètres.

1) Calculer l'image de 10 par la fonction S. Interpréter ce résultat.
2) On a tracé la courbe représentative de cette fonction S.



   a) Que représente, pour Albert, la valeur 55 sur l'axe des abscisses ?
   b) Déterminer graphiquement quelle a été la hauteur maximale du saut d'Albert. À quel déplacement horizontal cette valeur correspond-elle ?
3) Retrouver, par le calcul, la hauteur maximale du saut d'Albert.

Correction

1) $S(10) = 2,5 - \dfrac{(2 \times 10 - 55)^2}{1210} \approx 1,49$. Cela signifie que, quand Albert s'est déplacé horizontalement de 10 m, il est à environ 1,49 m du sol.
2) a) 55 m est la longueur du saut, mesurée en déplacement horizontal et non le long de la pente de la piste.
   b) La hauteur maximale du saut d'Albert est d'environ 2,5 m, elle correspond à une déplacement horizontal d'environ 27,5 m.
3) L'expression S est la somme de deux termes dont le premier est fixe et le second est négatif ou nul puisque $(2x-55)^2$ est un carré, positif ou nul. Il en résulte que la valeur de S est maximale lorsque $(2x-55)^2$ est nul, donc lorsque $2x = 55$ soit $x = \dfrac{55}{2} = 27,5$.
   Dans ce cas, $S = 2,5$.

   Donc, la hauteur maximale du saut d'Albert est de 2,5 m.

2. Fonctions affines et linéaires

A. Représentation graphique

DÉFINITION : Fonction affine, linéaire

Soient a et b deux réels donnés. La fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$ est appelée **fonction affine**, elle est représentée par une droite où

- le réel a est le coefficient directeur de cette droite ;
- le réel b est l'ordonnée à l'origine.

Dans le cas où $b = 0$, la fonction est appelée **fonction linéaire**, elle est représentée par une droite passant par l'origine.

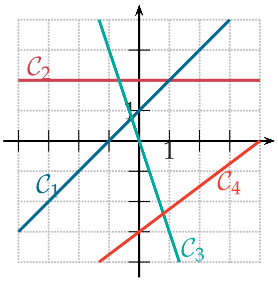
Comme pour n'importe quelle fonction, pour tracer une fonction affine, on choisit des points que l'on place dans un repère (deux suffisent). Dans le cas d'une fonction linéaire, il suffit d'un point en plus de l'origine.

Exemple

Représentation graphique des fonctions :

- $\mathcal{C}_1 : f(x) = x + 1$,
- $\mathcal{C}_2 : f(x) = 2$,
- $\mathcal{C}_3 : f(x) = -3x$,
- $\mathcal{C}_4 : f(x) = \dfrac{3}{4}x - 3$.

Correction



La fonction est croissante si a est positif, constante si a est nul et décroissante si a est négatif.

B. Linéarité et proportionnalité

DÉFINITION : Suites proportionnelles

Deux suites de n nombres réels $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ et $(y_1, y_2, \ldots, y_n)$ sont **proportionnelles** si tout nombre de l'une est obtenu en multipliant tout nombre de même rang de l'autre par un nombre constant appelé coefficient de proportionnalité, ou par son inverse.

En terme de fonction, l'une est l'image de l'autre par une fonction linéaire f définie par $y = f(x) = a \times x$ où le nombre non nul a est le **coefficient de proportionnalité**.

Exemple

On considère les suites $(0\,;1\,;2\,;3\,;4)$ et $0\,;0{,}5\,;1\,;1{,}5\,;2)$:

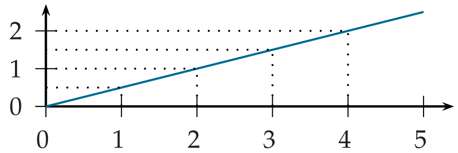
abscisse	0	1	2	3	4
ordonnée	0	0,5	1	1,5	2

$\downarrow \times 0{,}5$

Ce tableau est un tableau de proportionnalité.

Correction

Le coefficient de proportionnalité : $0{,}5$ est le coefficient directeur de la droite.



PROPRIÉTÉ : Reconnaissance graphique d'une situation proportionnelle

On reconnaît une situation de proportionnalité lorsque le support des points représentant la situation est une droite passant par l'origine du repère.

Ce qu'il faut savoir

3. Proportionnalité

A. Propriétés

Dans toute cette section, on considère le problème suivant : *Si 4 stylos coûtent 10 €, combien coûtent 12 stylos ?*
On considère que les stylos ont tous la même valeur afin de se trouver dans une situation de proportionnalité.

PROPRIÉTÉ : Linéarité additive

Si deux suites sont proportionnelles, alors $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$, c'est à dire que l'image d'une somme est égale à la somme des images.

$+ \quad =$

4	5	9	18	6
12	15	27	54	18

$+ \quad =$

Dans la première ligne on peut dire que $4 + 5 = 9$.
Dans la ligne du dessous, on a également $12 + 15 = 27$.

Exemple Si 4 stylos coûtent 10 €, alors 12 stylos = 4 stylos + 4 stylos + 4 stylos coûtent 10 € + 10 € + 10 € = 30 €.

PROPRIÉTÉ : Linéarité multiplicative

Soit k un réel non nul, si deux suites sont proportionnelles, alors $f(k \times x) = k \times f(x)$.

En particulier, l'image du double, triple… d'un nombre est le double, triple… de l'image de ce nombre.

$\times 2 \quad \div 3$

4	5	9	18	6
12	15	27	54	18

$\times 2 \quad \div 3$

Dans la première ligne on a $9 \times 2 = 18$ et $18 \div 3 = 6$.
Dans la ligne du dessous, $27 \times 2 = 54$ et $54 \div 3 = 18$.

Exemple Si 4 stylos coûtent 10 €, alors 12 stylos = 3×4 stylos coûtent 3×10 € = 30 €.

PROPRIÉTÉ : Coefficient de proportionnalité

Le coefficient de proportionnalité est le coefficient multiplicateur permettant de passer d'une grandeur à une autre (à ne pas confondre avec le coefficient de linéarité multiplicative).

$\times 2$: coefficient de linéarité multiplicative

masse	2 kg	4 kg
prix	3 €	6 €

$\times 1,5$: coefficient de proportionnalité

Exemple Si 4 stylos coûtent 10 €, le coefficient de proportionnalité est de 2,5 car $4 \times 2,5 = 10$.
Alors, 12 stylos coûtent 30 € car $12 \times 2,5 = 30$.

PROPRIÉTÉ : Produit en croix

Dans un tableau de proportionnalité, les produits « en diagonale » (ou produits en croix) sont deux à deux égaux. Ceci permet de déterminer une quatrième proportionnelle.

Lorsque l'on veut déterminer une quatrième proportionnelle, on peut résoudre une équation.

Exemple

On a le tableau de proportionnalité :

nombre de stylos	4	12
prix des stylos en €	10	x

Correction

D'où l'égalité : $4 \times x = 10 \times 12$.

On calcule la donnée manquante : $x = \dfrac{10 \times 12}{4} = 30$.

12 stylos coûtent 30 €.

REMARQUE : les techniques de la règle de trois et du produit en croix se ressemblent grandement. Cependant, la seconde n'est pas du tout utilisée à l'école primaire car elle nécessite l'introduction d'une variable mathématique.

B. Exemples de situation de proportionnalité dans la vie courante

Mouvement à vitesse constante

Temps écoulé en s	5	8	15	100
Distance parcourue en m	15	24	45	300

$\downarrow \times 3$

Ce tableau est un tableau de proportionnalité de coefficient 3 : la vitesse est de 3 mètres par seconde.

Échelle sur une carte

DÉFINITION : Échelle

L'**échelle** d'une carte est le coefficient de proportionnalité entre une mesure réelle et sa mesure sur la carte, ces deux mesures étant exprimées dans la même unité.

Une carte au 1/200 000e signifie que 1 cm sur la carte représente 200 000 cm sur le terrain, soit 2 km.

Distance sur la carte en cm	1	x
Distance sur le terrain en km	2	5

$\downarrow \times 2$

5 km dans la réalité sont représentés par x où $x = 1 \times 5 \div 2 = 2,5$ soit 2,5 cm sur la carte.

Calcul de pourcentages

DÉFINITION : Pourcentage

Le **pourcentage** d'un effectif est le nombre qui aurait été proportionnellement obtenu si l'effectif avait été de 100.

Dans un collège, il y a 125 filles et 180 garçons. 40 % des filles et 60 % des garçons mangent à la cantine.
Quel est le pourcentage d'élèves qui mangent à la cantine parmi tous les élèves du collège ?

- Calcul du nombre de filles qui mangent à la cantine : 40 % de 125 = $\dfrac{40}{100} \times 125 = 50$.
- Calcul du nombre de garçons qui mangent à la cantine : 60% de 180 = $\dfrac{60}{100} \times 180 = 108$.
- Calcul du pourcentage d'élèves du collège qui mangent à la cantine : 50 filles + 108 garçons donc 158 élèves sur 305 mangent à la cantine ce qui donne un pourcentage de $\dfrac{158}{305} \times 100 \approx 51,8$.

Donc, le pourcentage d'élèves du collège qui mangent à la cantine est d'environ 51,8 %.

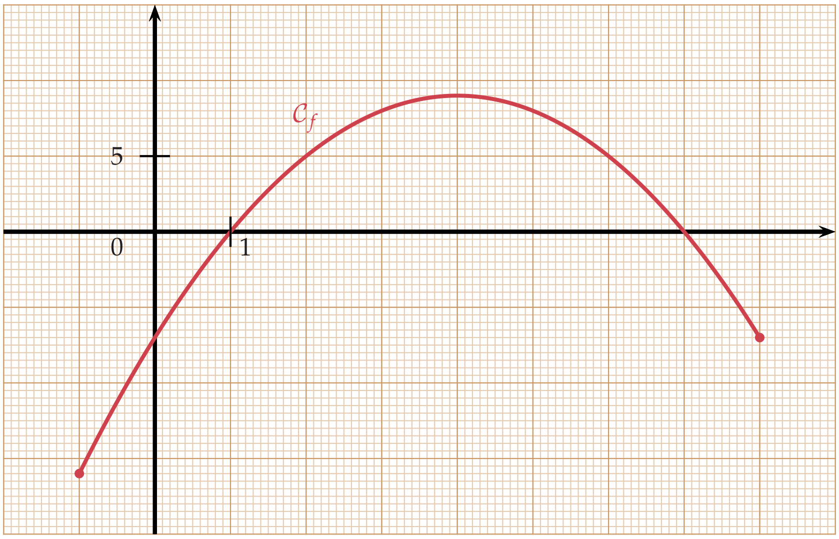
Pour s'entraîner

Maîtriser les bases avec MathenPoche

Classe	N°	Thème	Dans le cours
6e	D1	Proportionnalité	3.
5e	D1	Proportionnalité	3.
4e	D1	Proportionnalité	3.
3e	N7	Notion de fonction	1.
	N8	Fonctions linéaires et affines	2.
2nde	F1	Généralités sur les fonctions	1.
	F2	Résoudre une (in)équation... ou pas	1.

1 Pour se mettre en appétit

Sur la figure ci-dessous, on donne la courbe représentative $\mathcal{C}$ d'une fonction f.



1) Déterminer graphiquement (aucune justification n'est demandée) :

a) L'ensemble de définition de f, noté $\mathcal{D}_f$.

b) L'image de 3 par f, l'image de 9 par f, $f(0)$.

c) L'ordonnée du point de $\mathcal{C}$ d'abscisse 5.

d) Les éventuels antécédents de 5 par f.

e) Les solutions de l'équation $f(x) = 0$. Celles de $f(x) = -7$.

f) Le maximum de f et pour quelle valeur il est atteint.

g) La solution de l'inéquation $f(x) > 5$.

2) Soit g la fonction définie sur $[-1\ ;\ 8]$ par : $g(x) = (x-3)^2 - 16$ de courbe $\mathcal{C}_g$.

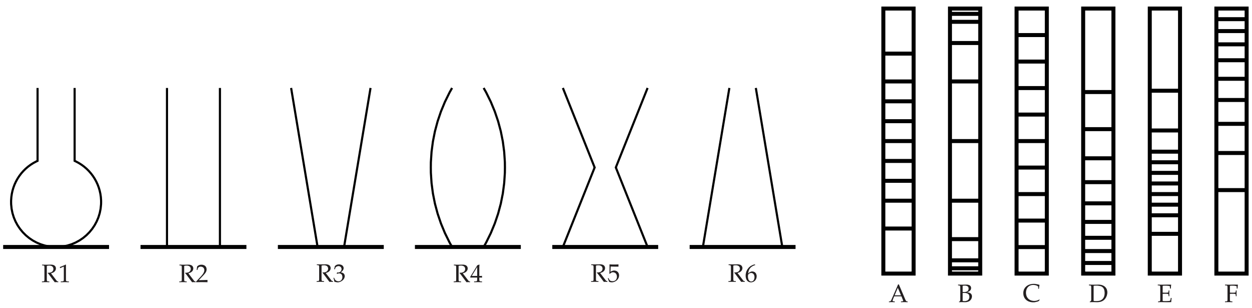
a) Tracer la courbe représentative $\mathcal{C}_g$ de g sur le graphique ci-dessus.

b) Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$.

2 **CRPE 2006 G5**

Vu à la Cité des Sciences et de l'Industrie à Paris.

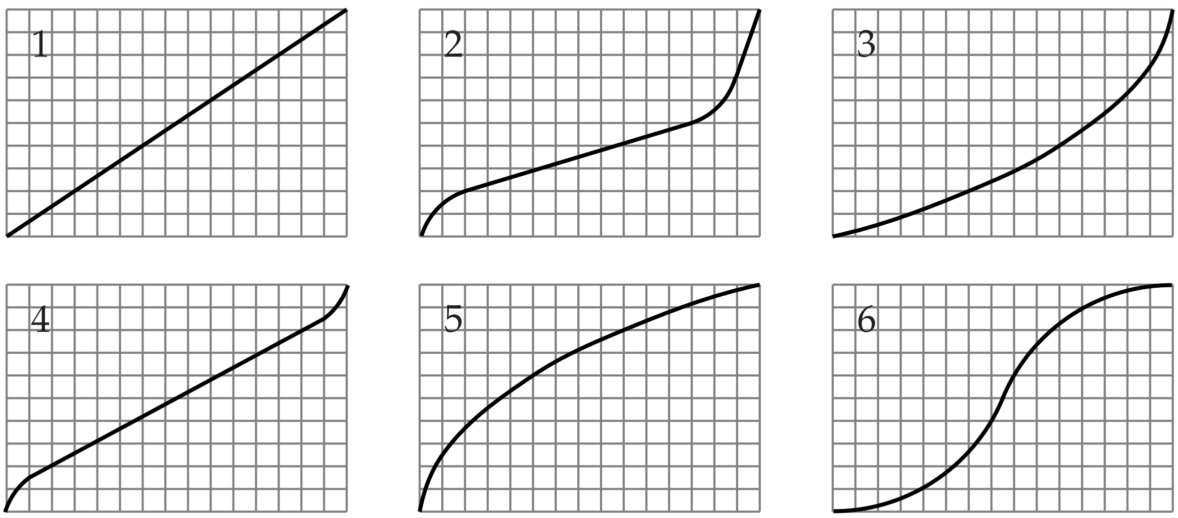
Six réservoirs de formes différentes, de même volume, de même hauteur se remplissent dans le même temps. Il s'agit d'associer à une forme de récipient une jauge et une courbe indiquant la hauteur du liquide en fonction du temps. Les graduations des six jauges A, B, C... indiquent les hauteurs de liquide correspondant à 1 litre, 2 litres... pour les six réservoirs. Les courbes 1, 2, 3... indiquent la hauteur atteinte par le liquide en fonction du temps lorsque les six réservoirs se remplissent. Les récipients ont tous le même volume 10 litres et la même hauteur. Leurs formes sont représentées grossièrement par les dessins ci-dessous. Pendant le remplissage, le débit de l'eau est constant et identique d'un récipient à l'autre. Ainsi, à un instant donné, le volume d'eau contenu dans chaque récipient est le même mais la hauteur d'eau n'est pas nécessairement la même.



1) Associer à chaque récipient R1, R2, R3, R4, R5, R6 :

a) la jauge qui lui correspond parmi les jauges A, B, C, D, E, F reproduites ci-dessus ;

b) la courbe qui lui correspond parmi les courbes 1, 2, 3, 4, 5, 6 reproduites ci-dessous. Présenter les résultats dans un tableau, sans justification.



2) Sachant que le diamètre du récipient cylindrique R2 est de 16 cm, calculer la hauteur de ce récipient (arrondie au centimètre).

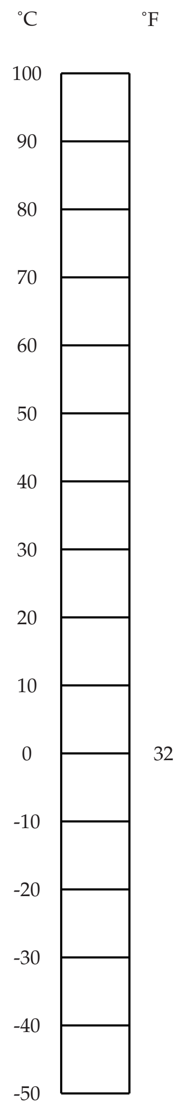
3) À un instant t, le récipient cylindrique R2 est rempli aux 2/3 de sa hauteur. Calculer, au dixième de litre près, le volume d'eau V' contenu dans le cylindre à cet instant précis.

4) On observe la hauteur d'eau dans le récipient R6 au moment où le récipient cylindrique R2 est rempli aux 2/3 de sa hauteur. Est-elle plus ou moins haute que dans R2 ? Justifier la réponse en utilisant les courbes ci-dessus.

Vu au CRPE

3 CRPE 2006 G2

Deux échelles de repérage de la température sont principalement utilisées : l'échelle Celsius et l'échelle Fahrenheit.



La température de la glace fondante correspond à 0 degré Celsius (°C) et à 32 degrés Fahrenheit (°F).
La température d'ébullition de l'eau correspond à 100°C et à 212°F.
Les deux échelles sont régulières.

1) Reproduire sur la copie sous forme d'un schéma le tube de thermomètre figurant ci-contre. Sur la partie gauche sont indiquées les graduations de l'échelle Celsius de 10 en 10, entre - 50°C et 100°C.

- **a)** Indiquer, à droite du tube, les valeurs correspondantes de l'échelle Fahrenheit. Expliciter votre démarche.
- **b)** Existe-t-il une relation de proportionnalité entre les deux suites de nombres figurant sur votre dessin (échelle Fahrenheit et échelle Celsius) ? Justifier.

2) Soit t la valeur en °C d'une température, et T la valeur en °F de la même température. On admet qu'il existe entre T et t une relation de la forme $T = at + b$.
Montrer que : $T = 1,8t + 32$.

3) Le thermomètre indique 25°C.

- **a)** Calculer la valeur correspondante en °F.
- **b)** Expliquez comment vous pouvez vérifier ce résultat sur votre dessin.

4) Calculer la température à laquelle les deux échelles donnent la même valeur.
Vérifier ce résultat sur le dessin.

4 CRPE 2014 G1

Pour s'entraîner, un cycliste effectue un parcours aller-retour entre deux villes A et B distantes de 45 km. Il part de la ville A à 9 h 30 et on considère qu'à l'aller, il roule à une vitesse constante de 30 km/h. Après un repos d'une heure, il repart de la ville B et cette fois-ci rejoint la ville A à la vitesse constante de 50 km/h.

1) Quelle heure arrive-t-il à la ville B ?

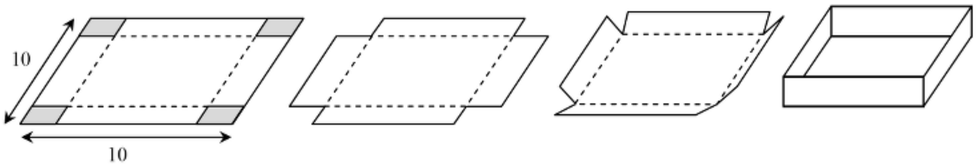
2) Représenter graphiquement la distance entre le cycliste et la ville A sur l'intégralité du parcours.
On placera en abscisse l'heure de la journée et en ordonnée la distance entre le cycliste et la ville A exprimée en km.

3) À quelle heure est-il de retour à la ville A ? Donner le résultat en heures et minutes.

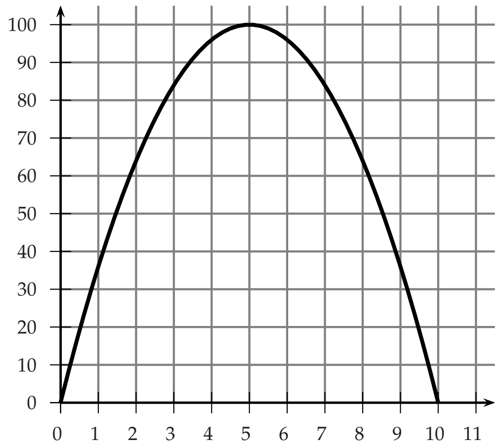
5 **CRPE 2014 G3**

Optimisation du volume d'un moule.

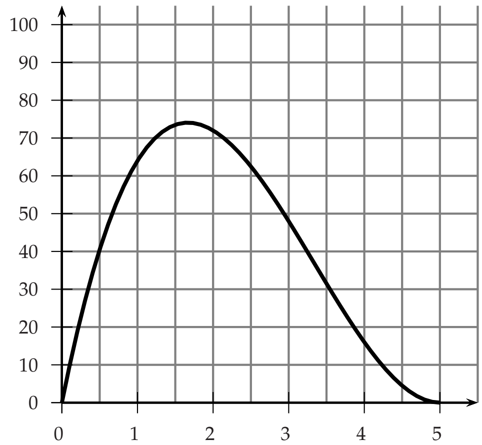
On fabrique un moule de pâtisserie (sans couvercle) dans une plaque de métal carrée de côté 10 cm en découpant un petit carré dans chaque coin puis en pliant comme suit :



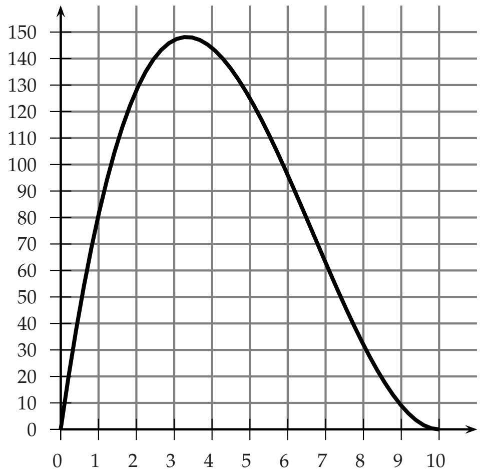
1) Parmi les quatre graphiques ci-dessous, quel est celui qui représente le volume du moule (en cm^3) obtenu en fonction de la longueur des côtés des carrés découpés (en cm) ? Justifier.



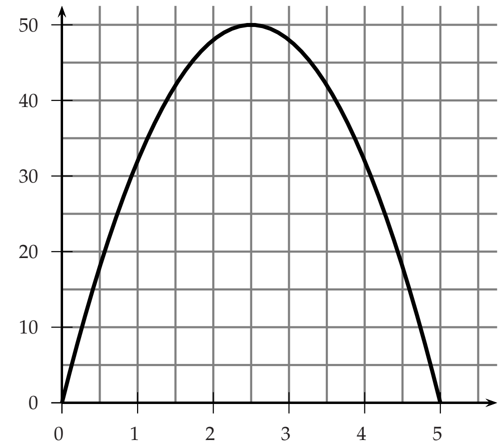
graphique 1



graphique 2



graphique 3



graphique 4

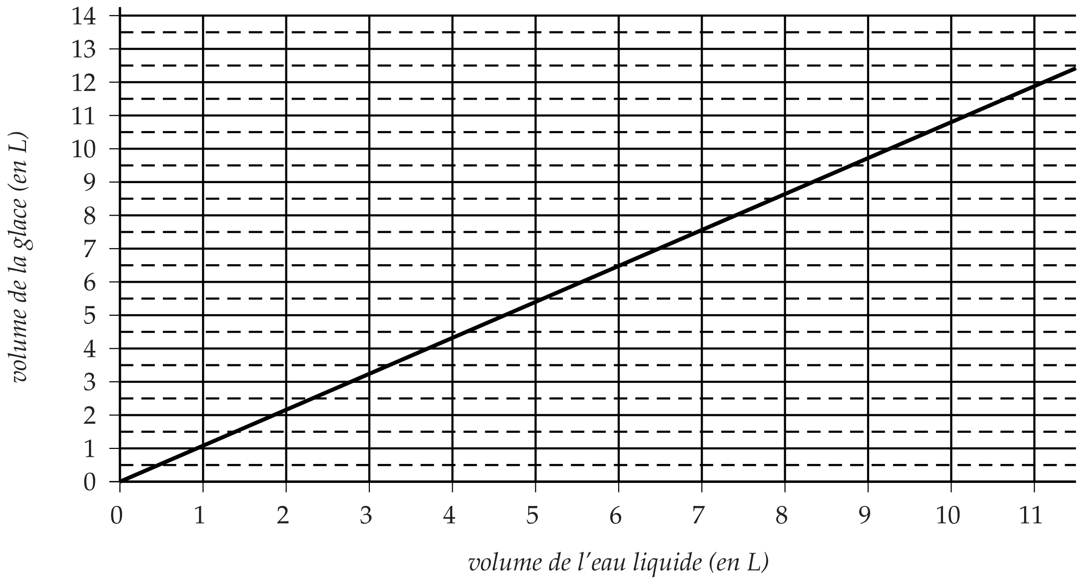
2) Par lecture graphique, encadrer par deux entiers consécutifs la longueur du côté qui permet d'obtenir le volume maximal.

Vu au CRPE

6 CRPE 2015 G1

L'eau en gelant augmente de volume. Le segment de droite ci-dessous représente le volume de glace (en litre), en fonction du volume d'eau liquide (en litre).

Volume de la glace en fonction du volume d'eau liquide en litres



On répondra aux questions 1., 2. et 3. en utilisant le graphique ci-dessus.

1) Quel est le volume de glace obtenu avec 7 litres de liquide ?
2) Quel volume d'eau liquide faut-il mettre à geler pour obtenir 9 litres de glace ?
3) Le volume de glace est-il proportionnel au volume d'eau liquide ? Justifier votre réponse.
4) On admet que 10 litres d'eau liquide donnent 10,8 litres de glace. De quel pourcentage ce volume d'eau augmente-t-il en gelant ?
5) Dans un souci de préservation de la ressource en eau, la ville de Lyon a imaginé un dispositif de recyclage. Cette ville fournit un volume de 20 m^3 d'eau par jour aux engins de nettoiement grâce à l'eau récupérée de la fonte de la glace de la patinoire de Baraban.
   À combien de litres de glace correspond le volume d'eau fourni par la ville de Lyon pour 30 jours de nettoyage ?

7 CRPE 2015 G3

Pour colorer l'émail des objets qu'il fabrique, un artisan utilise des oxydes métalliques. Pour peser certains de ces oxydes métalliques, il utilise un peson à ressort constitué d'un ressort, d'une réglette et d'un crochet pour accrocher les masses à mesurer.
Le peson est suspendu par l'une de ses extrémités. Lorsqu'on y accroche une masse, son ressort s'allonge.
Au repos, le ressort du peson a pour longueur 14 cm. Avec une masse de 10 g, le ressort a pour longueur 14,5 cm.
Chaque fois que l'on ajoute 10 g à une masse déjà suspendue, le ressort s'allonge de 0,5 cm.

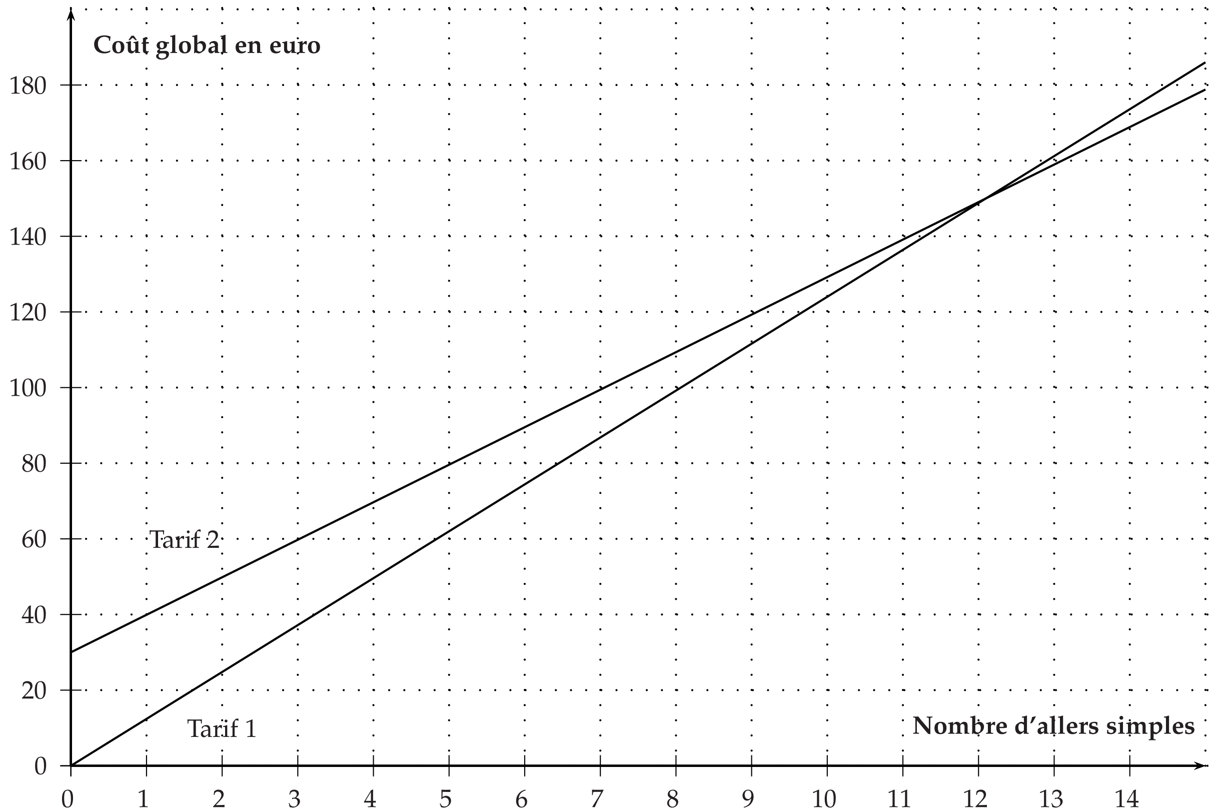
1) Quelle longueur mesurera le ressort si on suspend une masse de 70 g ?
2) L'artisan constate que le ressort mesure 28 cm. Quelle masse a-t-elle été suspendue au ressort ?
3) La longueur du ressort est-elle proportionnelle à la masse suspendue ? Justifier votre réponse.

8 **CRPE 2017 G1**

Mme Dupuis, enseignante à Brive, emprunte une nouvelle portion d'autoroute chaque jour, matin et soir. Elle hésite entre les deux propositions suivantes :

Tarif 1	Tarif 2
Sans badge, un aller simple coûte 12,40 €.	Un badge coûte 30 € par an et donne lieu à une réduction de 20 % par aller simple.

1) Le graphique ci-dessous représente le coût global pour chaque tarif en fonction du nombre d'allers simples effectués.



Déterminer graphiquement à partir de combien d'allers simples le tarif 2 devient le plus avantageux.

2) Exprimer en fonction du nombre d'allers simples x le coût global $f(x)$, en euro, selon le tarif 1.

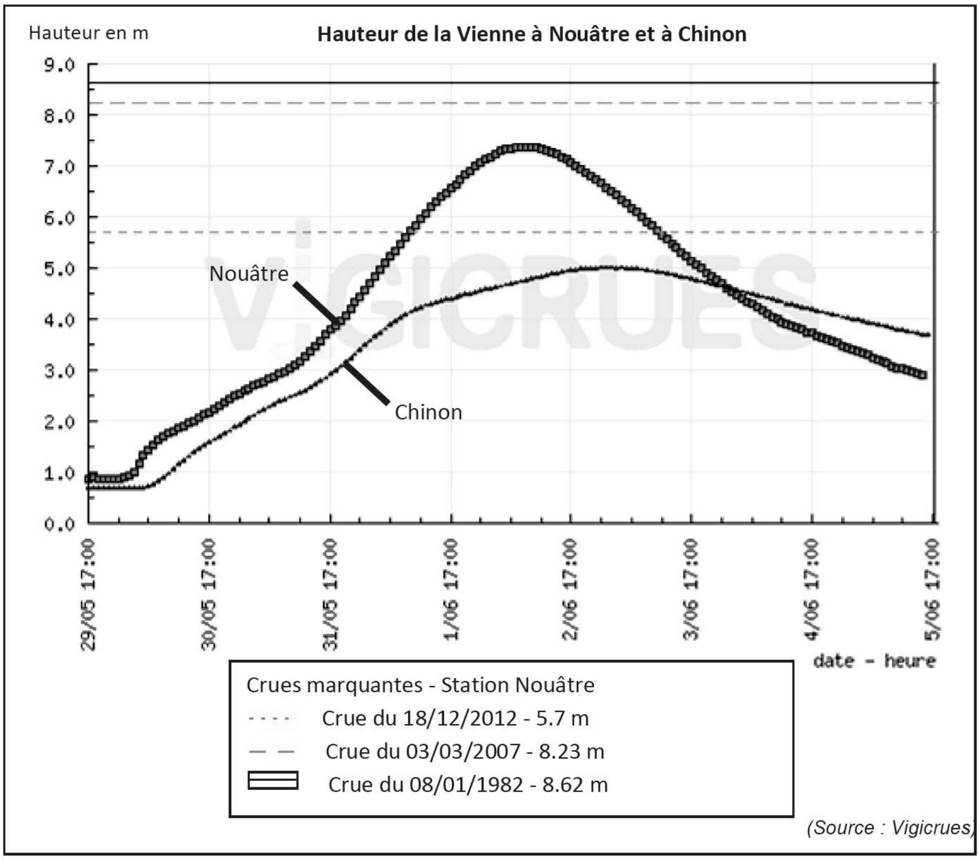
3) Exprimer en fonction du nombre d'allers simples x le coût global $g(x)$, en euro, selon le tarif 2.

4) Retrouver par le calcul à partir de combien d'allers simples le tarif 2 devient le plus avantageux.

Vu au CRPE

9 **CRPE 2017 G3**

La fin mai 2016 a été marquée par un passage fortement pluvieux avec des cumuls de pluie exceptionnels dans certaines régions françaises, provoquant crues et inondations. Étudions la crue de la Vienne.



(Source : Vigicrues)

À l'aide du graphique ci-dessus, répondre aux questions suivantes.

1) Quelle hauteur maximale la Vienne a-t-elle atteinte à Chinon entre le 29 mai 2016 à 17h et le 5 juin 2016 à 17h ?

2) À Nouâtre, entre le 29 mai 2016 à 17h et le 5 juin 2016 à 17h, pendant combien de temps le niveau de l'eau a-t-il été supérieur au niveau maximum de la crue du 18 décembre 2012 ? Donner la réponse en heure.

3) **a)** Combien d'heures se sont écoulées entre le pic de la crue de Nouâtre et celui de Chinon ?

b) De Nouâtre ou de Chinon, quelle station est située le plus en amont de la rivière ? Justifier la réponse.

10 **CRPE 2017 G1 et G3**

Indiquer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses en justifiant la réponse. Une réponse exacte, mais non justifiée, ne rapporte aucun point. Une réponse fausse n'enlève pas de point.

1) On réduit respectivement la largeur et la longueur d'un rectangle de 20 % et 10 %.
Affirmation : « L'aire du rectangle ainsi obtenu a diminué de 28 %. »

2) Un rectangle a une largeur et une longueur qui mesurent respectivement 6 cm et 9 cm. On réduit la largeur de 20 % et la longueur de 10 %. **Affirmation :** « Le périmètre du rectangle ainsi obtenu a diminué de 15 %. »

3) **Affirmation :** durant les soldes si on baisse le prix d'un article de 30 % puis de 20 %, alors le prix de l'article a baissé de 50 %.

4) Arthur a acheté un article bénéficiant d'une réduction de 30 % et a ainsi économisé 48 €.
Affirmation : Au final, il a payé 112 € pour cet article.